Electromagnetismo

Guía 4: Electrostática. Separación de variables

27 Abril de 2016

Problema 1: Dos cilindros conductores concéntricos de radios a y b se encuentran a potenciales V_1 y V_2 respectivamente.

(a) Reduzca las dimensiones del problema usando argumentos de simetría y encuentre la solución general del problema utilizando coordenadas polares.

(b) Resuelva el problema para las condiciones de contorno particulares.

(c) ¿Qué sucede si $V_1 = V_2$?.

(d) Plantee el caso en que solo existe un disco con $\Phi(r = a) = V$ y queremos resolver el problema exterior o el interior.

Problema 2: Dos esferas concéntricas de radios a y b ($b > a$) se hallan divididas en hemisferios por el mismo plano horizontal. El hemisferio superior de la esfera interior y el inferior de la exterior se mantienen a potencial V. Los otros dos hemisferios están a potencial cero. Determínese el potencial en la región $a \leq r \leq b$ como una serie de polinomios de Legendre. Inclúyanse términos al menos hasta $l = 4$. Compárese la solución con otros resultados ya conocidos en los casos límite $b \to \infty$ y $a \to 0$.

Problema 3: Un disco conductor delgado y plano de radio R está situado en el plano $x - y$ con su centro en el origen y mantenido a potencial fijo V. Sabiendo que la densidad superficial de carga sobre dicho disco a potencial fijo es proporcional a $(R^2 - \rho^2)^{-1/2}$, siendo ρ la distancia medida desde el centro del disco.

(a) Demuéstrese que para $r > R$ el potencial es

$$\Phi(r, \theta, \phi = \frac{2V}{\pi} \frac{R}{r} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(-1)^l}{2l+1} \left(\frac{R}{r}\right)^{2l} P_{2l}(\cos\theta)$$

(b) Hállese el potencial para $r < R$.

(c) ¿Cuál es la capacidad del disco?.

Problema 4: Un cilindro circular recto hueco de radio b tiene su eje coincidiendo con el eje z y sus bases en los planos $z = 0$, $z = L$. El potencial en las bases es cero, mientras que en la superficie cilíndrica viene dado por $V(\rho, z)$. Mediante una separación de variables adecuada en coordenadas cilíndricas, hállese una solución por desarrollo en serie que nos de el potencial en todos los puntos interiores al cilindro.

Problema 5: Una superficie cilíndrica infinita de radio R está cargada con una densidad superficial $\sigma = \sigma_0 \cos\phi$, donde ϕ es el ángulo polar del sistema de coordenadas cilíndricas con origen sobre el eje del cilindro, con el eje z orientado a lo largo del mismo. Por medio de un campo exterior, transversal y homogéneo, E_0, la superficie se mantiene a potencial cero. Hallar el potencial Φ y la intensidad E del campo eléctrico dentro y fuera de la superficie cilíndrica. Defina el valor de E_0.