

# Perturbaciones en flujos sobre terrenos con variación de la textura

Manuel Pulido, Nesvit Castellano y Giorgio Caranti

Facultad de Matemática, Astronomía y Física - Universidad Nacional de Córdoba  
Ciudad Universitaria - (5010) - Córdoba - Argentina  
*e-mail: pulido@roble.fis.uncor.edu*

Se analizan las influencias de terrenos con variación de la textura en el viento que fluye sobre estas superficies. En la capa superficial de la atmósfera el viento genera una fuerza de drag que equilibra parte del gradiente de presión horizontal de gran escala; este balance produce inestabilidades (denominadas de drag). Siguiendo la misma formulación matemática se analiza las perturbaciones estacionarias que se producen debido al forzamiento del drag generado por el viento medio. Se evalúa la respuesta a una componente de Fourier. Luego heterogeneidades más complejas son analizadas como una composición de estas. Los modos con mayor excitación son en general de escalas mayores a la escala de la capa superficial.

We analyze the wind that flows over surface heterogeneities. In the atmospheric surface layer, the wind generates a drag force which equilibrates part of the horizontal pressure gradients belonging to the background; as it is known this balance produces drag instabilities. Following the same mathematical development, stationary perturbation produced by the drag forces generated by the mean wind are investigated. An analytical response for a Fourier component is obtained, then more complex surface heterogeneities are performed as a superposition of modes. The harmonic with the greatest excitation belongs to scales greater than the depth of the surface layer.

## 1 Introducción

Existe una serie de procesos físicos, que ocurren en la capa límite atmosférica estable, que aun no son comprendidos. En particular, una caracterización de los vientos en las cercanías de la superficie de la tierra es “críticamente” necesaria para poder realizar parametrizaciones que describan estos efectos en los modelos climáticos (Nappo and Johansson, 1998 [1]).

En condiciones en que el estado medio de la capa límite atmosférica es estable con número de Richardson mayor a 1, la teoría de Monin Obukov no puede predecir la turbulencia observada, la cual se presenta en forma de intermitentes “bursts”. Actuales investigaciones teóricas y experimentales se enfocan en el estudio de las posibles fuentes de esta turbulencia (Nappo 1991, Chimonas 1993 [3], Pulido and Chimonas 2000 [4], LeMone et al. 2000 [5]). Una de las campañas más completas en la caracterización de la capa límite estable se realizó en Kansas (Estados Unidos) en Octubre de 1999, llamada CASES-99; el sitio de estudio comprendió una región de 60 por 100 km conteniendo variaciones en la vegetación y en las clases de terrenos. Uno de los principales objetivos de esta campaña fue el estudio y análisis de los mecanismos de generación de estos “bursts” [5].

Como es ampliamente conocido, la topografía y rugosidades del terreno generan perturbaciones estacionarias cuando un flujo baña dichas superficies. Estas en la literatura son tratadas como condiciones de contorno en el marco de un sistema lineal de ecuaciones. En el presente estudio se propone un trata-

miento alternativo, teniendo en cuenta los efectos de la superficie a través de una fuerza de drag distribuida en toda la capa superficial. Esta formulación permite medir las respuestas de la capa límite atmosférica a las rugosidades del terreno y al cambio de textura, debido éste a diferentes plantaciones, diferentes alturas de éstas, terrenos vírgenes (sin vegetación continua), cascos de estancias, etc.

Este tratamiento escapa a las perturbaciones generadas por montañas o lomadas ya que, como mostraremos, las características de las ondas de lee son cualitativamente distintas a las generadas por heterogeneidades de la superficie.

En este trabajo se presenta un estudio preliminar del problema. Se muestra el modelo desarrollado y el análisis de posibles casos teóricos. El objetivo final de este estudio, el cual se desarrollará en trabajos posteriores, es el de comparar los resultados del modelo propuesto con las observaciones realizadas en CASES-99 y así contribuir a la predicción de los “bursts” observados en la capa límite. La región de la campaña que se desea modelar es la Oeste donde ondas de lee no deberían ser generadas y solo es esperable perturbaciones debido a la rugosidad y a las plantaciones.

## 2 Desarrollo del modelo

El viento que fluye en las cercanías de la superficie de la tierra interacciona con esta a través de fuerzas de fricción. A los fines de analizar este sistema, dividimos a la atmósfera en dos capas, una capa superficial y una capa alta. En la capa baja los efectos de la fricción se

manifiestan a través de fuerzas de drag las cuales, se supone, están distribuidas en toda la capa, y solo un perfil uniforme de éstas es tenido en cuenta. La capa alta esta libre de estas fuerzas y siente los efectos de la superficie sólo a través de las condiciones de continuidad en la interface [6].

Como es mostrado en Fig. 1, la capa baja posee un viento de entorno  $\bar{u}_1$  y una densidad constante  $\rho_1$  mientras que para la capa alta estas cantidades son  $\bar{u}_2$  y  $\rho_2$ .

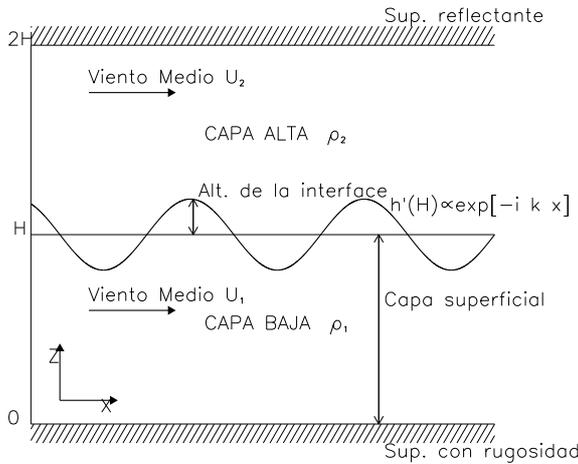


Figura 1: Estructura del modelo de dos capas finitas

Para tener en cuenta los efectos de las heterogeneidades en la superficie, las fuerzas de drag son divididas en dos componentes: una uniforme y de gran escala, la cual equilibra a los gradientes de presión de escala sinóptica y otra componente que es equilibrada por la perturbación de los flujos [3].

El coeficiente de drag, entonces, es asumido como un drag medio (correspondiendo al orden cero) mas el producido por las variaciones del terreno (correspondiente al primer orden),

$$C = \bar{C} + C'(x) \quad (1)$$

Teniendo en cuenta la definición del coeficiente de drag la fuerza de fricción horizontal, por unidad de área horizontal, puede ser expresada como

$$F_x \equiv -\rho_1 C u^2 = \underbrace{-\rho_1 \bar{C} \bar{u}_1^2}_{\text{Orden 0}} - \underbrace{2\rho_1 \bar{C} \bar{u}_1 u'}_{\text{Orden 1}} - \rho_1 C' \bar{u}_1^2 \quad (2)$$

Los términos de segundo orden son despreciados. Nótese que se representan a las cantidades medias con una barra superior y las cantidades perturbadas por primas.

En la **capa baja**, la ecuación de momento horizontal viene dada por:

$$\int_0^{H+\eta'} \Phi_1 u \, dz = \int_0^{H+\eta'} \frac{\partial_x p}{\rho_1} \, dz - C u^2 \quad (3)$$

donde  $\Phi_1 = \partial_t + u_1 \partial_x$  y  $\eta' = h'(H)$  es la altura de la interface con respecto a la altura que esta tendría sin perturbaciones. Integrando en altura, linealizando y teniendo en cuenta que las perturbaciones son tales que la profundidad de la capa es mucho menor que la longitud de onda (aproximación de onda larga) (Jeffreys, 1925 [6]),

$$H \Phi_1 u' = -\frac{\partial_x \bar{p}}{\rho_1} \eta' - H \frac{\partial_x p'}{\rho_1} - 2\bar{C} \bar{u}_1 u' - \bar{u}_1^2 C' \quad (4)$$

La ecuación de continuidad integrada entre 0 y  $H + \eta'$  es,

$$\Phi_1 \eta' + H \partial_x u' = 0 \quad (5)$$

Eliminando de las ecuaciones (4) y (5) la velocidad horizontal se obtiene,

$$\Phi_1^2 \eta' + \frac{2\bar{C} \bar{u}_1}{H} \Phi_1 \eta' + \frac{\bar{C} U_1^2}{H} \partial_x h' - H \frac{\partial_{xx} p'}{\rho_1} = U_1^2 \partial_x C' \quad (6)$$

Las ecuaciones para la capa alta son obtenidas trabajando de manera similar a la realizada en la capa superficial. Recordando que los límites de integración son  $H + \eta'$  y  $2H$  y que no hay fuerzas de drag en esta capa, se tiene,

$$\Phi_2^2 \eta' + \frac{\rho_1 \bar{C} \bar{u}_1^2}{\rho_2 H} \partial_x \eta' + H \frac{\partial_{xx} p'}{\rho_2} = 0 \quad (7)$$

Dado que la presión y los desplazamientos verticales deben ser continuos en la interface, ecuaciones (6) y (7) se combinan para dar

$$(\Phi_1^2 + \Phi_2^2) \eta' + \frac{2\bar{C} \bar{u}_1}{H} \Phi_1 \eta' + \frac{2\bar{C} \bar{u}_1^2}{H} \partial_x \eta' - v^2 \partial_{xx} \eta' = \bar{u}_1^2 \partial_x C' \quad (8)$$

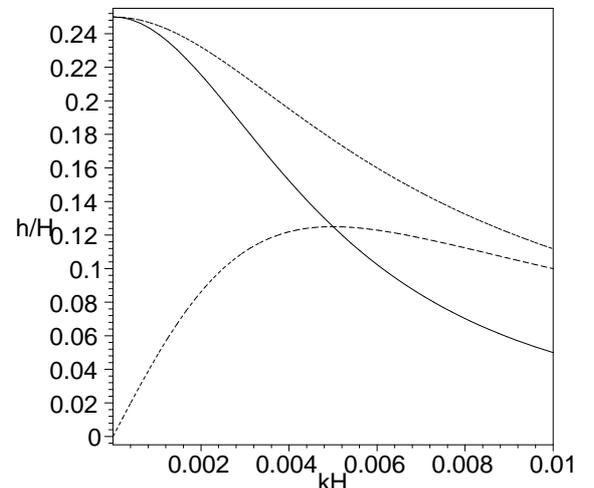


Figura 2: Amplitud de la perturbación  $h'/H$  para un drag medio  $C_0 = 0.0025$  y un drag ondulatorio  $\bar{C}_1 = 0.0025$ , componente real línea continua; comp. imaginaria a trazos.

donde  $v^2 = \frac{\Delta\rho}{\rho}gH$  es la denominada velocidad de ondas largas. Nótese que hemos retenido el término de diferencias en densidad mientras las razones entre ambas densidades se han supuesto 1, como es usualmente asumido.

Aceptando que las perturbaciones son acotadas en todo punto, la solución homogénea es una constante. Mientras heterogeneidades de la forma  $C' = C'_0 \exp(-ikx)$  producen desplazamientos de amplitud

$$\frac{\eta'}{H} = \frac{C'}{4\bar{C} - ikH(1 + \hat{u}_2^2 - \hat{v}^2)} \quad (9)$$

Fig. 2 muestra las dependencias de los desplazamientos en función del número de onda para el caso en que las velocidades medias y las densidades de las capas son iguales. Como muestra (9) los desplazamientos verticales no están en fase con la perturbación del drag, mas aún, este desfase depende de la longitud de onda. Para ondas pequeñas el desfase tiende a  $90^\circ$ .

El campo de velocidad horizontal en la parte baja es

$$u' = -u_0 \frac{h'}{H} \quad (10)$$

y arriba,

$$u' = u_0 \frac{h'}{H} \quad (11)$$

Como se puede observar, la velocidades en las dos capas están desfasadas en  $180^\circ$ , esto genera discontinuidades en el perfil vertical de la velocidad horizontal en la interface.

Es decir que, mas allá de la magnitud del viento medio o de las magnitudes de los coeficientes de drag, estas discontinuidades desestabilizan al flujo. Así las variaciones en el drag presentan ondas con características distintas a las ondas de relieve ya que éstas últimas unicamente desestabilizan al flujo si existen condiciones críticas (e.g. altos vientos en la superficie).

### 3 Casos particulares

Hemos mostrado la respuesta del sistema a una heterogeneidad del drag ondulatoria; a los fines de evaluar situaciones más cercanas a la realidad se analizó la respuesta a un drag cuadrado, representando un cambio abrupto en el terreno.

Los desplazamientos de la interface para un drag de tipo escalón son dados por

$$\frac{h'(x)}{H} = \frac{\hat{C}_1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin(Lk)}{(C_0 - ikH)k} e^{-ikx} dk \quad (12)$$

Esta integral fue calculada numéricamente para diferentes combinaciones de los parámetros del problema,  $L/H$  el cual representa la mitad del ancho del escalón,  $\bar{C}$  y  $\hat{C}_1$  drag del escalón. En fig. 3 se muestra la amplitud de la perturbación en función del número de onda para un caso particular.

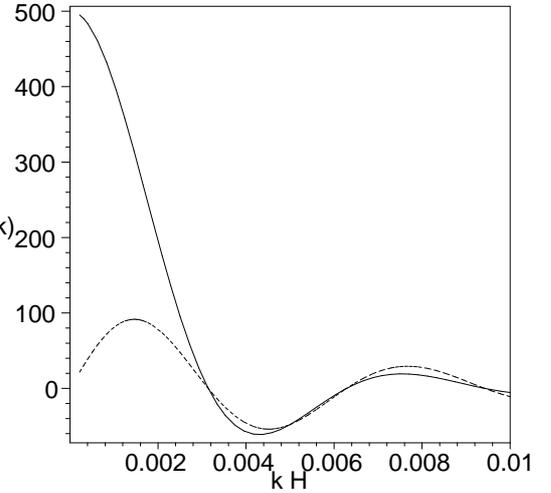


Figura 3: Amplitud de la perturbación  $h(k)/H^2$  para un drag medio  $\bar{C} = 2.5 \cdot 10^{-4}$  y un drag ondulatorio  $\hat{C} = 2.5 \cdot 10^{-4}$ ,  $L/H = 1000$ , componente real línea continua; comp. imaginaria a trazos.

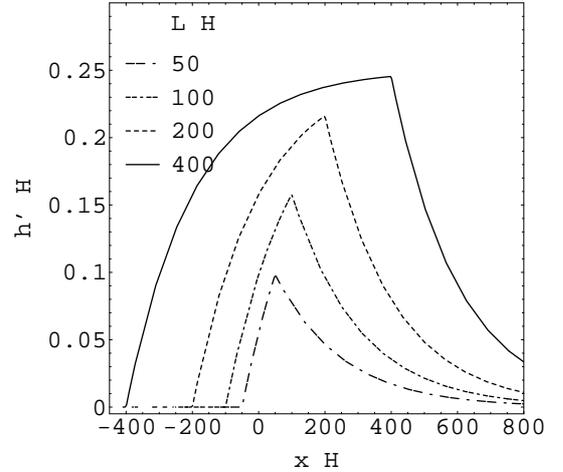


Figura 4: Perturbación de la velocidad horizontal para una función escalón con  $L/H = 50, 100, 200, 400$ , con un drag medio de  $\bar{C} = 2.5 \cdot 10^{-4}$  y un drag ondulatorio de  $C' = 2.5 \cdot 10^{-4}$ .

En las figs. 4 y 5 se muestran las perturbaciones para diferentes relaciones de  $L/H$ . En todos los casos es posible advertir que  $\frac{h'}{H}$  alcanza un valor máximo en  $x = L$ , es decir, cuando finaliza el escalón. A medida que  $\frac{L}{H}$  incrementa la función  $\frac{h'}{H}$  se asemeja mas a la forma del escalón. En el límite hacia valores pequeños de  $L/H$ , la perturbación produce un pico donde termina el escalón. El máximo valor de la perturbación depende tanto de  $\frac{L}{H}$  como de  $\frac{C'}{\bar{C}}$ .

La constante de decaimiento de la perturbación, cuando el escalón ha terminado, en función de la coordenada horizontal es la misma para distintas longitudes del escalón (con el mismo  $C_d$ ) como se puede observar en fig 6.

El hecho de que existan desfases entre la pertur-

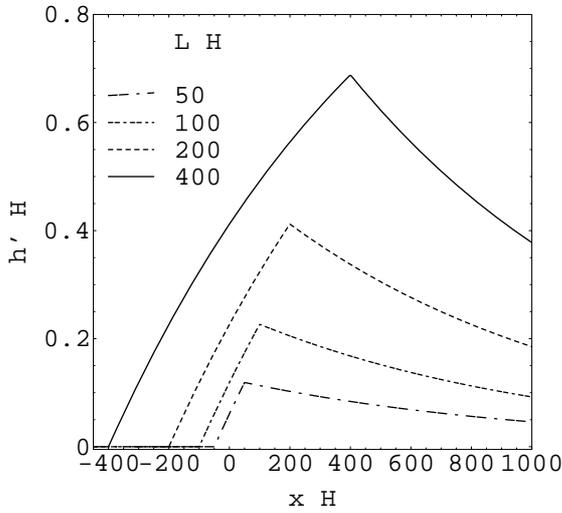


Figura 5: Perturbación de la velocidad horizontal para una función escalón con  $L/H = 50, 100, 200, 400$ , con un drag medio de  $\bar{C} = 5 \cdot 10^{-5}$  y un drag ondulatorio de  $C' = 2.5 \cdot 10^{-4}$ .

bación del drag y el campo de desplazamientos verticales y de que la amplitud dependa del nro de onda, hace que las ondas de drag tengan comportamientos que no se asemejan a la forma del drag que lo genera. En el caso de ondas de montaña las características de la perturbación están fuertemente correlacionadas con las formas del objeto que las genera.

#### 4 Conclusiones

El viento medio que fluye sobre la superficie con heterogeneidades interacciona con éstas, generando perturbaciones, las cuales tienen comportamientos diferentes a las ampliamente estudiadas ondas de montaña. En este trabajo presentamos un tratamiento analítico para el análisis e identificación de las ondas estacionarias de drag.

Como ha sido mostrado para el caso de un drag escalón, las perturbaciones de la velocidad no son proporcionales a las variaciones del drag debido a que la relación entre éstas depende de la longitud de onda a través de una constante de proporcionalidad (para cada modo) compleja.

El hecho que las heterogeneidades en las fuerzas de fricción conllevan a perturbaciones de la velocidad con altos vientos de corte explica porque son observados eventos de turbulencia en la capa límite estable, si se permite la extrapolación. Cuando el viento de corte generado por las ondas de drag es lo suficientemente fuerte la atmósfera es inestable generando eventos esporádicos de turbulencia.

La utilización de fuerzas de drag proporcionales al cuadrado de la velocidad limita el problema a la aproximación de onda larga. Sin embargo nótese que plantaciones o rugosidades en el terreno tienen escalas de al

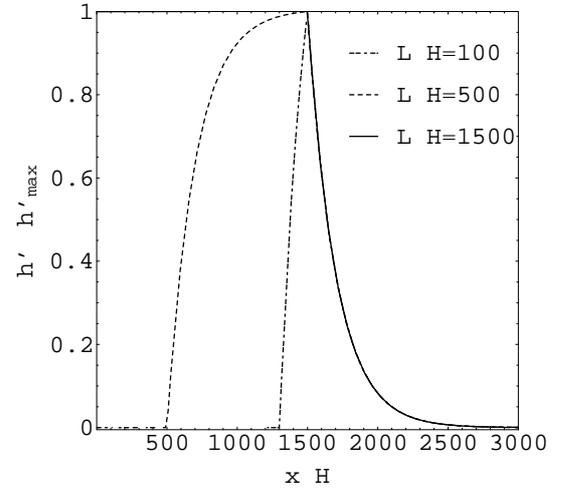


Figura 6: Decaimiento de las perturbaciones normalizadas a 1 y con la terminación del escalón en  $x/H = 1500$ .

menos dos órdenes mayores a la profundidad de la capa superficial convalidando la hipótesis.

Los análisis analíticos en la capa límite planetaria tienen ventajas como desventajas cuando son comparados con el modelado numérico. De hecho para realizar el tratamiento aquí presentado hemos realizado un sin número de aproximaciones, terminación abrupta de los efectos del drag, densidades y velocidades constantes tanto en la capa superficial como en la capa alta, las cuales pueden modificar altamente los resultados cuantitativos. Pero por otro lado, estos resultados analíticos-cualitativos pueden ser utilizados para confrontar y retro-alimentar modelos numéricos que a pesar de utilizar perfiles verticales muchos mas reales, aun no cuentan con una parametrización adecuada de las interacciones del flujo con la superficie de la tierra.

#### Referencias

- [1] Nappo and Johansson, Bull. Amer. Meteor. Soc., **79**, 1401-1405 (1998).
- [2] Nappo C., Bound.-Layer Meteor., **54**, 69-87 (1991).
- [3] Chimonas G., J. Atmos. Sci., **50**, 1914-1924 (1993).
- [4] Pulido M. and G. Chimonas, Gusts in a forest canopy. Submitted to Bound.-Layer Meteor..
- [5] LeMone R., and coauthors, Bull. Amer. Meteor. Soc., **81**, 757-779 (2000).
- [6] Jeffreys H., Phil. Mag., **11**, 793-807 (1925).